



## 1.5 SİGMA KAYMANIN İSTATİSTİKSEL NEDENLERİ ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA

Ali Rıza FİRUZAN \* Ümit KUVVETLİ \*\*

### Özet

Son yıllarda süreçlerin mükemmelleştirilmesi hedefiyle ortaya çıkan Altı Sigma kavramı ilk olarak 1980'li yıllarda Motorola tarafından dünyaya tanıtılmıştır. O zamandan günümüze, Altı Sigma felsefesini takip edenler, süreç yeterliliğini tahmin etmeden önce süreç ortalamasına belirli bir kaymanın neden eklenmesi gerektiği konusunu sorgulamaktadır. Altı Sigma literatürüne göre süreç ortalamasına eklenmesi gereken bu değer 1.4 ile 1.6 sigma arasında olup, birçok süreç için genellikle 1.5 sigma olarak kabul edilir. Böyle bir düzeltmeye neden ihtiyaç olduğu ve hata oranının tahmini için süreç ortalamasının neden farklı bir değer değil de 1.5 sigma kadar kaydırıldığı sorularının cevabı bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Altı Sigma, 1.5 sigma kayma, kontrol kartları

**Jel Sınıflaması:** C19

### Abstract

Six Sigma whose aim is perfect the processes was first introduced to the world by Motorola in the 1980s. Since then, those who follow the philosophy of Six Sigma has questioned why a specific shift must be added to process mean before estimating the capability of process. According to the Six Sigma literature, the value that must be added to the process mean is between 1.4 and 1.6 sigma, and generally 1.5 sigma is used for most processes. This study aims to seek answers to the questions which are why this correction is needed and why not any value but 1.5 sigma must be added to the process mean.

**Keywords:** Six Sigma, 1.5 sigma shift, control charts

**Jel Classification:** C19

\* Yrd. Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, E-mail: [aliriza.firuzan@deu.edu.tr](mailto:aliriza.firuzan@deu.edu.tr)

\*\* Sorumlu Yazar, Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, E-mail: [umit.kuvvetli@hotmail.com](mailto:umit.kuvvetli@hotmail.com)



## 1. GİRİŞ

Altı Sigma, hataları tamamen ortadan kaldırmak için, güçlü istatistiksel analizlere dayanan bir yöntemdir (Harry and Schroeder, 1999). İstatistik temeline dayanan bir kalite iyileştirme yöntemi olan Altı Sigma, süreçlerdeki israf ve kalitesizlik maliyetlerini azaltarak, süreçlerin verimliliğini ve etkinliğini arttırmaktadır (Hoerl and Snee, 2002).

İstatistiksel bir ölçüm tekniği olan Altı Sigma, ürünlerin, hizmetlerin ve süreçlerin ne kadar iyi olduğu hakkında sayısal bir göstergedir ve eldeki sürecin “sıfır hatalı” konumdan ne kadar saptığını gösterir (Pyzdek, 2003). Bu sapmanın miktarı da sigma ölçütü ile belirlenmektedir. Örnek olarak bir sigma seviyesinde is yapan bir işletme 1.000.000 işlemde yaklaşık 700.000 hata yapar. Eğer işletme iki sigma seviyesinde çalışıyorsa bu onun ortalama 300.000 hata yaptığı anlamındadır. Şirketlerin birçoğunun 3 ile 4 sigma düzeyinde faaliyet gösterdiği düşünülürse bu da milyonda 66.800 ile 6.210 arasında hataya karşılık gelmektedir. Bir sürecin altı sigma kalite düzeyinde olması demek, elde edilen ürün veya hizmette bir milyonda 3,4 adet hataya rastlanması demektir. (Pande ve diğerleri, 2000).

Altı Sigma kavramı, ürün, hizmet veya herhangi bir özelliğin %99,74'ünün istenilen spesifikasyonlar içinde olmasının kaliteli anlamına geldiği, geçmişteki kalite programlarından türetilmiştir. Altı Sigma uygulayan firmalar, daha kaliteli sonuçlara ulaşmak için, ürün, hizmet veya herhangi bir özellikte hata oranının milyonda 3,4'den daha düşük olmasını nihai hedef olarak belirlemişlerdir (Black Ken, Revere Lee, 2006).

Altı Sigma tanımlama, ölçme, analiz, iyileştirme ve kontrol aşamalarından oluşan bir metodolojidir. Bu istatistiksel yaklaşım üç sigma seviyesinde ya da milyon fırsat başına 66,800 kusur (DPMO), altı sigma seviyesinde 4.0 DPMO dan daha az kusurun oluşmasını sağlar (Bolze, 1998).

Altı Sigma için yapılan tanımlamaların birçoğunda milyon fırsatta sadece 3,4 hata hedefinin olmasına dikkat çekilmektedir. Altı Sigma'da, sürecin mükemmellik düzeyi sigma seviyesi ile ölçülür. Eski yunan alfabesindeki sigma ( $\sigma$ ) harfi, istatistikte değişkenliğin ölçüsü olarak kullanılan standart sapmanın simgesi olarak kabul edilmektedir. Bilindiği gibi, standart



normal dağılımda ortalamanın  $\pm 3\sigma$  aralığında kalan alanın, popülasyonun %99,73'ünü kapsadığı kabul edilir. (Bkz. Şekil 1) Diğer bir ifadeyle, bu alanın dışında kalan oran %0,27 yada milyonda 2.700'dir. Bu değer 4 sigma düzeyinde milyonda 63'e düşerken, 6 sigma düzeyinde milyarda 2 olmaktadır. (Bkz. Tablo 1) Buna karşın, birçok Altı sigma tanımında milyarda 2 yerine daha yüksek bir değer olan milyonda 3,4 hata oranı kullanılmaktadır. Bunun sebebi olarak ise, süreç ortalamasının uzun dönemde 1.5 sigma kayması gösterilmektedir.

**Tablo 1:** Süreç ortalamasında kayma olmaması halinde sigma düzeylerine ilişkin hata oranları

Sigma düzeyi	Milyon fırsata hatasız sayısı	Milyon fırsatta hata
1.0 sigma	682.690	317.310
2.0 sigma	954.500	45.500
3.0 sigma	997.300	2.700
3.5 sigma	999.535	465
4.0 sigma	999.937	63
4.5 sigma	999.993,2	6,8
5.0 sigma	999.999,4	0,6
5.5 sigma	999.999,958	0,042
6.0 sigma	999.999,998	0,002

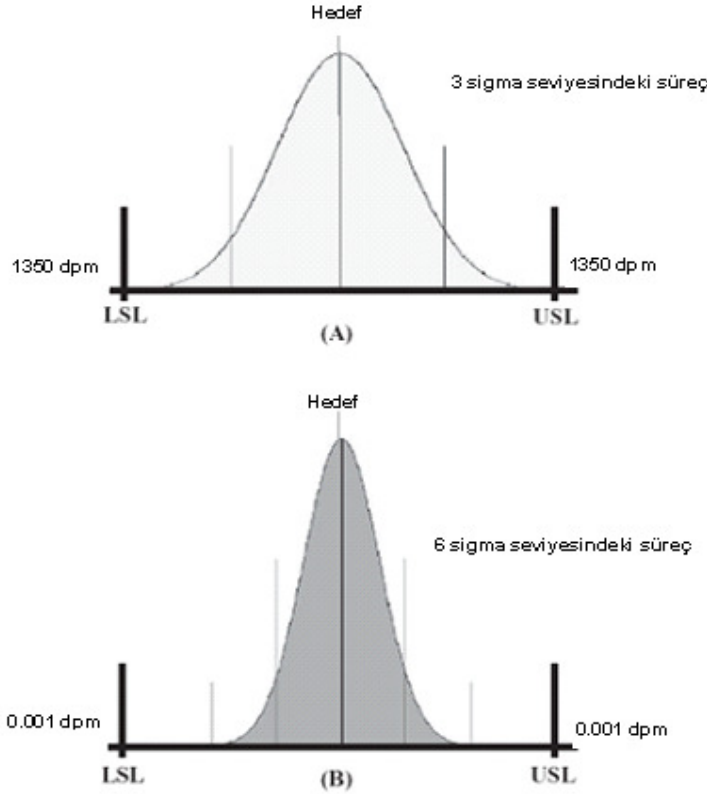
Altı Sigma, milyon fırsatta 3,4 hata hedefine ulaşırken, normal dağılımdan ve hatalı ürün, hata sayısı gibi ölçütlerden yararlanır. Buna karşılık, altı sigma kalitesinin istatistiksel olarak milyonda 3,4 hataya nasıl ulaştığı konusu birçok kişide soru işareti oluşturmuştur (Tadikamala, 1994). Aslında normal dağılımdaki gerçek altı sigma ile Motorola'nın altı sigması arasında fark vardır ve altı sigmayı doğru anlamak için bu farkın anlaşılması önemlidir. (Billups, 1993).

Bilindiği gibi, Altı sigmanın temellerinin bir ölçüm standardı olan normal eğri ve normal dağılım kavramı Frederick Gauss tarafından ortaya konulmuştur. 1922 yılında ilk kez Walter A. Shewhart çıktı varyasyonunun ölçümü olarak üç sigmayı önermiştir. Ölçüm, bu limitlerin dışına çıktığında sürece müdahale edilmesinin gerekli olduğunu ifade etmiştir. Üç sigma kavramı, sürecin %99.73 ya da milyon fırsat başına 2,700 kusur oranı ile ilişkilidir. Bu

### 1.5 Sigma Kaymanın İstatistiksel Nedenleri Üzerine Bir Araştırma

durum 1980'lerin başına kadar birçok üretim birimi için yeterli olmuştur (Raisinghani, 2005). Şekil 1, süreç ortalamasının kaymadığı durumlarda, üç sigma seviyesindeki ile altı sigma seviyesindeki süreçler için dağılımı ve hata oranlarını göstermektedir.

**Şekil 1:** Süreç ortalamasında kayma olmaması halinde 3 sigma ve 6 sigma seviyesindeki süreçler ile hata oranları (Taghizadegan, 2006)



Altı sigmanın getirdiği yeniliklerden en fazla tartışılan konu 1.5 sigma kaymadır. Standart normal dağılım bu tartışmanın ortaya çıkma sebebi olarak gösterilebilir. Bu dağılım, şimdiye kadar birçok kez kapsamlı olarak incelenmiş ve birçok bilimde kullanılmakta olup, bir nevi tabulaştırılmıştır. Ayrıca, Altı Sigma öncesinde kullanılan birçok kalite iyileştirme yöntemi de, hata oranının hesaplanmasında herhangi bir düzeltmeye ihtiyaç duymadan standart normal dağılımı kullanmıştır (Pyzdek, 2001).



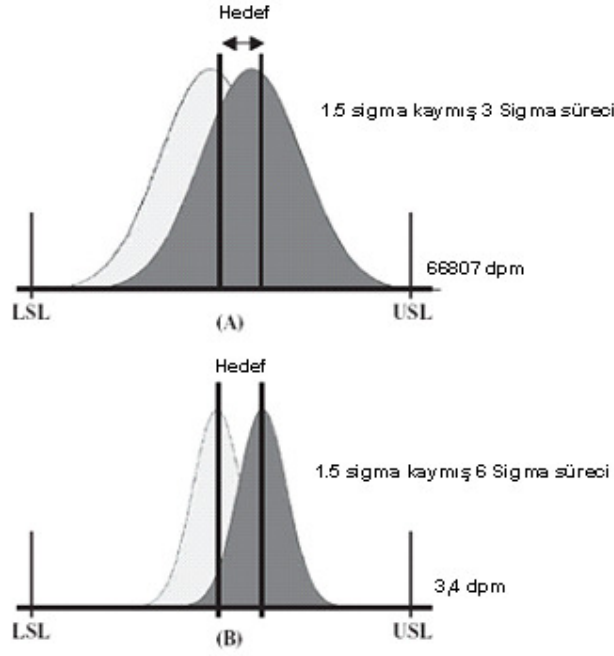
## **2. ORTALAMANIN KAYMASINA DUYULAN İHTİYAÇ**

Müşterilerin bekleme süresi ile ilgili yapılan bir araştırmada, 15 dakikadan fazla bekleyen müşterilerin memnuniyet düzeylerinin çok düşük olduğunu, bekleme süresinin 12 dk. ortalama ve 1 dk. standart sapma ile normal dağıldığını varsayalım. 15 dakika, ortalamanın 3 standart sapma uzağında olduğuna göre, standart normal dağılıma göre 15 dakikadan fazla bekleyen müşterilerin oranı %0,135 olarak elde edilebilir. Diğer bir ifadeyle, her milyon müşteriden sadece 1350 tanesinin 15 dakikadan fazla bekleyeceği öngörülmektedir. Bu değer, gerçek hayata dönüldüğünde oldukça iyimser kalmaktadır.

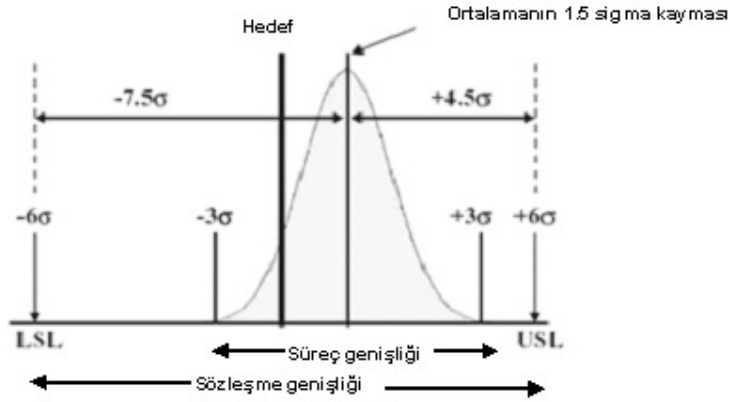
Normal dağılım, birçok alanda sıklıkla kullanılmasına ve oldukça yararlı olmasına rağmen, gerçekleri tam olarak yansıtmamaktadır. Altı sigma ile ortaya çıkan ortalamanın 1.5 sigma kaydırılması düşüncesi, normal dağılımı geleneksel yöntemle göre daha gerçekçi yapmaktadır. Müşteri bakış açısıyla bakıldığında, süreç ortalamasının kaydırılması durumunda gerçeğe daha yakın sonuçlar alınmaktadır. Sürecin kaymayacağı varsayıldığında, normal dağılımdan elde edilen sonuçlar, süreci olduğundan daha iyi göstermektedir.

Ayrıca, müşterilerin bekleme süreleri ile ilgili örnekte, bekleme süresinin tanımlanması (saat zamanı/müşterinin belirttiği zaman), örnekleme hatası, müşteriden müşteriye değişkenlik gibi faktörlerden dolayı, normal dağılım varsayımı çok yararlı olmakla birlikte gerçek durumu mükemmel bir şekilde yansıtmamaktadır. Bu ve bunun gibi, bir süreçteki öngörülme hatalara, uzun dönemde ortaya çıkan çeşitli hareketlenmelere karşın, ortalamanın 1.5 sigma kadar kaydırılması düşüncesi, bir çeşit düzeltme faktörü olarak kullanılmaktadır. Böylelikle, ortalamadaki 1.5 sigmalık kayma, sürecin daha robust olmasını sağlamakta olup, 1.5 sigma kayma varsayımı altında elde edilen hata oranları, en kötümser bakış açısıyla bile oldukça güvenilir olan hata oranları olmaktadır.

**Şekil 2:** Süreç ortalamasında 1.5 sigma kayma olması halinde 3 sigma ve 6 sigma seviyesindeki süreçler ile hata oranları (Taghizadegan, 2006)



Şekil 3: Süreç ortalamasının sağa doğru 1.5 sigma kayması halinde sürecin dağılımı (Taghizadegan, 2006)



Süreç ortalamasının 1.5 sigma kadar kaydırılması durumunda, hata oranlarını hesaplamak için, normal dağılım tablo değerine de 1.5 sigma eksilterek bakmamız gerekmektedir. Örneğin, 1.5 sigma kayma durumunda milyonda 3.4 hata değeri, normal dağılımda 6 sigma yerine 4.5 sigmaya denk gelmektedir. Ayrıca, burada dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta, kaymanın olduğu durumlarda, süreç kaymasının sadece bir yöne olmasından dolayı, ortalamanın sadece kayma olan taraftaki hata oranlarının hesaplanması



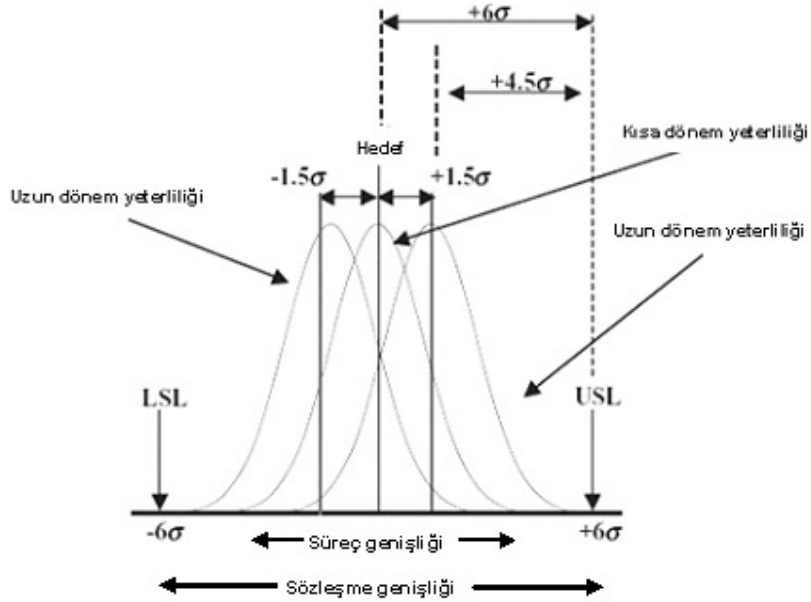
gereğidir. Kaymanın olmadığı taraftaki değer, önemsenmeyecek derecede küçük bir değer olacağından göz ardı edilir.

Süreç ortalamasının 1.5 sigma kadar kayması halinde, her sigma seviyesine göre beklenen hata oranları Tablo 2’de verilmiştir. Tablo 2’den de görüleceği gibi, bir çok Altı sigma tanımında yer alan 6 sigma düzeyinde milyonda 3.4 hata değeri, süreç ortalamasının 1.5 sigma kadar kayması durumunda elde edilecek olan hata değeridir.

**Tablo 2:** Süreç ortalamasında 1.5 sigma kayma olması halinde sigma düzeylerine ilişkin hata oranları

Sigma düzeyi	Milyon fırsata hatasız sayısı	Milyon fırsatta hata
0.0 sigma	67.000	933.000
1.0 sigma	310.000	690.000
1.5 sigma	500.000	500.000
2.0 sigma	691.700	308.300
2.5 sigma	841.350	158.650
3.0 sigma	933.193	66.807
3.5 sigma	977.300	22.700
4.0 sigma	993.780	6.220
4.5 sigma	998.650	1.350
5.0 sigma	999.767	233
5.5 sigma	999.968	32
6.0 sigma	999.996,60	3,40

**Şekil 4:** Süreç ortalamasının kaymaması ile sağa veya sola doğru 1.5 sigma kayması halinde sürecin dağılımı (Taghizadegan, 2006)



### 3. KONTROL KARTLARI İLE 1.5 SİGMA KAYMA ARASINDAKİ İLİŞKİ

En fazla kullanılan kontrol kartlarından bir tanesi  $\bar{X}$ -R kartıdır. X-R kartını kullanmak yerine,  $\bar{X}$ -R kartının kullanılması tercih edilir. Bunun sebebi, X değişkeninin dağılımı ne olursa olsun, merkezi limit teoreminden dolayı,  $\bar{X}$ 'lerin dağılımının normal olmasıdır. Bu durumda, normal dağılımı kullanarak bir çok olasılık hesaplamak daha basittir.

Ortalamaların dağılımının ölçüsü standart hata olarak bilinir. Örneklem genişliği arttıkça, örneklem ortalamalarının birbirine yakınlığı artmakta, diğer bir deyişle örneklemden örnekleme değişim azalmaktadır. Aslında bu durum, örneklem genişliği sorununun yanıtıdır.

$\bar{X}$ -R kontrol kartlarında alt ve üst limit için genellikle  $\bar{X} \pm 3\sigma/\sqrt{n}$  eşitliği kullanılmakta olup buradaki n değeri alt grup genişliğidir.  $\sigma$  değerinin bilinmediği durumlarda, bu değer  $\bar{R}/d_2$  değeri ile tahmin edilebilmektedir. Tablo 3'de alt grup genişliğinin 1-10 arası bazı değerleri için  $\bar{X}$ -R kontrol kartının alt veya üst kontrol limitinin merkez çizgiye olan uzaklığı gösterilmektedir.





**Tablo 3:** Bazı alt grup genişliklerine karşılık gelen alt/üst limit genişlikleri (Gupta, 2006)

Alt grup genişliği (n)	$\sqrt{n}$	$\bar{X}$ -R kartı için alt/üst limit genişliği
1	1	3.00 $\sigma$
2	1.414	2.12 $\sigma$
3	1.732	1.73 $\sigma$
4	2	1.50 $\sigma$
5	2.236	1.34 $\sigma$
10	3.162	0.95 $\sigma$

Kontrol kartlarında bir gözlemin kontrol dışında olduğu yorumunun yapılabilmesi için o gözlemin alt/üst kontrol limitleri dışında olması gerekmekte olup, gözlemlerin bu sınırları aşmayacak şekilde hareket etmeleri doğal karşılanmaktadır. Diğer bir deyişle, ortalamanın limitler içinde hareket etmesi (kayması) normaldir. Tablo 3’den de görüleceği gibi, alt grup genişliği 4 olduğunda,  $\bar{X}$ -R kontrol kartlarında alt ve üst kontrol limitlerinin merkez çizgiye uzaklığı 1.5  $\sigma$  kadar olmaktadır. Bu değer, alt grup genişliği 10 olduğunda 0.95  $\sigma$ ’ya düşmektedir. Alt grup genişliği arttıkça, kontrol kartlarında limitler daralmaktadır.

Tablo 3 incelendiğinde, alt grup genişliğinin 4’den fazla olduğu süreçlerde, süreç ortalamasının 1.5 sigmadan daha az bir kayma gösterdiği görülmektedir. Ayrıca, alt grup genişliği 3 olduğunda ise süreç ortalamasının 1.73  $\sigma$  kadar kayması doğal kabul edilmektedir. Birçok uygulamada, alt grup genişliği; hesap kolaylığı da göz önünde bulundurulduğundan 4 veya 5 olarak seçilmektedir. Dolayısıyla, Altı Sigma’da izin verilen kayma miktarı olarak 1.5 sigma seçimi, bir çok süreç için oldukça kabul edilebilir sonuçlar vermektedir. Alt grup genişliğinin 5 ve daha fazla olduğu süreçler için hesaplanan hata oranları, 1.5 sigma kayma olması halinde elde edilen hata oranlarından daha düşüktür. Dolayısıyla, 1.5 sigma seçiminde elde edilen hata oranları, bir çok süreç için en kötümser bakış açısıyla bile oldukça güvenilir olmaktadır. Sürecin 1.5  $\sigma$  kayması durumunda milyonda 3.4 hata hedeflenirken, bu değer, alt grup genişliğinin 4’den daha fazla olduğu süreçlerde milyonda 3,4’den daha düşük değerler olacaktır. Bu durumda, Motorola’nın Altı sigmada izin verilen kayma miktarı olarak neden 1.5  $\sigma$ ’yu seçtiği anlaşılmaktadır. Süreç ortalamasının kayması düşüncesi, sürecin her zaman 1.5 sigma kadar kayma göstereceği anlamına gelmemekle birlikte, Motorola’nın bu seçimi



### 1.5 Sigma Kaymanın İstatistiksel Nedenleri Üzerine Bir Araştırma

yapmasındaki diğer bir neden ise hata oranlarındaki hesaplamalar için bir standart oluşturulmasıdır. Günümüzde bilgisayarlar aracılığıyla süreç ortalamasındaki kayma miktarı yada alt grup genişliğinin bilinmesi durumunda süreçte izin verilen kayma miktarının ne kadar olacağı rahatlıkla hesaplanabilmektedir. Farklı kayma miktarlarına ilişkin, sigma seviyelerine karşılık gelen hata oranları Tablo 4’de verilmiştir. Tablo 4’de süreç ortalamasında herhangi bir kayma olmadığı durumda hata sayısının milyarda 2, süreç ortalamasının  $1\sigma$  kayması durumunda milyonda 0,39,  $1.5\sigma$  kayması durumunda milyonda 3,4 ve  $2\sigma$  kayması durumunda ise milyonda 32 olduğu görülmektedir.

**Tablo 4:** Bazı kayma miktarları ve sigma seviyelerine karşılık gelen milyon fırsatta hata oranları (Bothe,1997)

Sigma Seviyesi							
Kayma miktarı	3 sigma	3,5 sigma	4 sigma	4,5 sigma	5 sigma	5,5 sigma	6 sigma
0	2,700	465	63	6,8	0,57	0,034	0,002
0,25 sigma	3,577	666	99	12,8	1,02	0,1056	0,0063
0,50 sigma	6,440	1,382	236	32	3,4	0,71	0,019
0,75 sigma	12,288	3,011	665	88,5	11	1,02	0,1
1,0 sigma	22,832	6,433	1,350	233	32	3,4	0,39
1,25 sigma	40,111	12,201	3,000	577	88,5	10,7	1
1,50 sigma	66,803	22,800	6,200	1,350	233	32	3,4
1,75 sigma	105,601	40,100	12,200	3,000	577	88,4	11
2,0 sigma	158,700	66,800	22,800	6,200	1,300	233	32

## 4. SONUÇ

Son yılların en başarılı kalite iyileştirme tekniklerinden biri olan Altı Sigma metodolojisi, birçok farklı sektörde oldukça başarılı sonuçlar vermektedir. İlk olarak Motorola tarafından uygulanan ve dünyaya tanıtılan bu metodoloji, değişkenliği azaltmayı ve milyonda 3.4 hataya ulaşmayı hedeflemiş ve bu hedefe ulaşma düzeyini sigma seviyesini baz alarak belirlemiştir. Altı sigmanın getirdiği en büyük yeniliklerden bir tanesi, süreçlerin hata oranını hesaplarken, yaptığı 1.5 sigma kayma varsayımdır. Bu varsayım, süreçlerin zaman içinde hareket etmesinden dolayı bir zorunluluk olup, Altı Sigma öncesindeki diğer kalite iyileştirme



tekniklerinde kullanılmamıştır. Bununla birlikte, süreçlerin hareket etmesi düşüncesi, yıllar önce Walter A. Shewhart tarafından ileri sürülen kontrol kartlarında uygulanmıştır. Bu makalede, kontrol kartları ile Altı sigmadaki kayma düşüncesi birlikte incelenmiş ve izin verilen kayma miktarı olarak neden 1.5 sigmanın seçildiği araştırılmıştır.

## **KAYNAKÇA**

Billups, M. (1993), ``Letters", Quality Progress, August.

Black, Ken and Lee Revere. (2006). "Six Sigma arises from the ashes of TQM with a twist." International Journal of Health Care Quality Assurance, Vol: 19, No:3, p. 259-266.

Bolze, S. (1998), "A six sigma approach to competitiveness", Transmission and Distribution World, August,

Bothe D.R. (1997), "Measuring Process Capability: Techniques and Calculations for Quality and Manufacturing Engineers" McGraw-Hill.USA

Gupta P. (2006), Quality Digest Vol:4

Harry, M.J. and Schroeder, R. (1999), "Six Sigma: The Breakthrough Management Strategy" Revolutionizing the World's Top Corporations, Doubleday, New York, NY.

Hoerl, R. and Snee, R.D. (2002), "Statistical Thinking: Improving Business Performance", Duxbury Press, Pacific Grove, CA.

Pande, P. S., Neuman, R. P., Canavagh, R. R., (2000), "The Six Sigma Way", McGraw Hill, USA.

Pyzdek, T., (2003), "The Six Sigma Project Planner", Mc-Graw Hill, USA.

Pyzdek T. (2001), Quality Digest Vol:5

Raisinghani M.S., Ette H. Pierce R., Cannon, G. Ve Daripaly P. (2005) "Six Sigma: Concepts, Tools and Applications" Industrial Management&Data Systems", Vol:105 No:4 p.491-505.

Tadikamala, P. (1994), "The confusion over Six Sigma quality", Quality Progress, November.

Taghizadegan S (2006), "Essentials of Lean Six Sigma" Elsevier, USA.